SCHLESWIG-HOLSTEINS TAG DER MATHEMATIK 2026

TEAMWETTBEWERB KLASSE 11+

- **Teamgröße und Altersgruppen:** Der Wettbewerb ist ein Teamwettbewerb und es gibt vier Altersgruppen (Klassen 5/6, Klassen 7/8, Klassen 9/10, Klassen 11 bis 13). Die Teams bestehen in den Jahrgangsstufen 5/6, 7/8 und 9/10 aus 3 bis 5 Schülerinnen und Schülern und in Jahrgansstufe 11+ aus 2 oder 3 Schülerinnen und Schülern.
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Nur Stifte, Zirkel und Lineal – keine elektronischen Geräte, keine Taschenrechner. Nutzung solcher Geräte kann zur Disqualifikation führen.
- **Lösungen:** Zu jeder Aufgabe sind Lösungswege/ Begründungen anzugeben, falls nicht explizit anders gefordert (Indem wir z.B. 'Gebt an!, 'Schreibt hin!'. 'Zeichnet!', 'Füllt aus!', 'Tragt ein!', ... schreiben)
- **Papier:** Schmierpapier wird gestellt, für eure Lösungen ist Platz auf den Aufgabenblättern. Wenn das Aufgabenblatt nicht reicht, nehmt zunächst dessen Rückseite.
- **Abgabe:** Pro Aufgabe gebt bitte ein Blatt mit eurer Lösung und eurem Teamnamen ab. Nehmt dafür am besten das Aufgabenblatt selbst, notiert alternativ deutlich lesbar die Aufgabennummer auf dem abgegebenen Blatt. Jedes Blatt darf nur eine Aufgabe enthalten.
- **Teamarbeit:** Austausch im Team ist erlaubt und erwünscht, aber bitte einigermaßen leise, sonst hören die anderen ja eure guten Ideen. Leute außerhalb eures Teams (Lehrkräfte, Leute aus anderen Teams, Aufsichtspersonen, ...) dürfen euch nicht helfen.
- **Aufgabenkategorien:**
  - **Kreuzzahlrätsel:** Die erste Aufgabe ist ein Zahlen-Kreuzworträtsel; dieses ist eindeutig lösbar, es ist immer sehr hilfreich und manchmal auch nötig, mehrere Hinweise gleichzeitig zu betrachten.
  - **Drei weitere Kategorien:** Danach gibt es drei Aufgaben-Kategorien, bestehend aus je drei Aufgaben. In den Aufgaben könnt ihr unterschiedliche Gesamtpunktzahlen zwischen 7 und 9 Punkten erreichen. Ihr dürft zu jeder Aufgabe eine Lösung abgeben. **Nur die zwei besten Aufgaben in jeder Kategorie zählen für eure Endwertung!**
  - Beispiel: Ihr bearbeitet alle Aufgaben in der zweiten Kategorie und bekommt folgende Punkte: Aufg 2.1.: 7/7, Aufg. 2.2.: 6/9, Aufg. 2.3.: 4/8. Dann sind 2.1. und 2.2. eure Punktbesten Aufgaben und ihr bekommt für Kategorie 2 insgesamt 7+6=13 Punkte.
- **Joker-Regel:** Teams mit drei Mitgliedern dürfen einmal statt einer Lösung zu einer Aufgabe „**JOKER**“ schreiben und erhalten dann 6 Punkte für die Aufgabe. Teams aus zwei Personen (Oberstufenteams oder Teams, in denen kurzfristig Schüler:innen ausgefallen sind) erhalten einen zweiten solchen JOKER, dürfen diesen aber nicht in derselben Kategorie wie den ersten einsetzen.
- **Jury:** Am Ende entscheidet das *Mathe^{SH}-Team* von CAU und EUF unanfechtbar und endgültig über Bepunktungen, Platzierungen und alle weiteren Regelfragen bezüglich des Wettbewerbs.

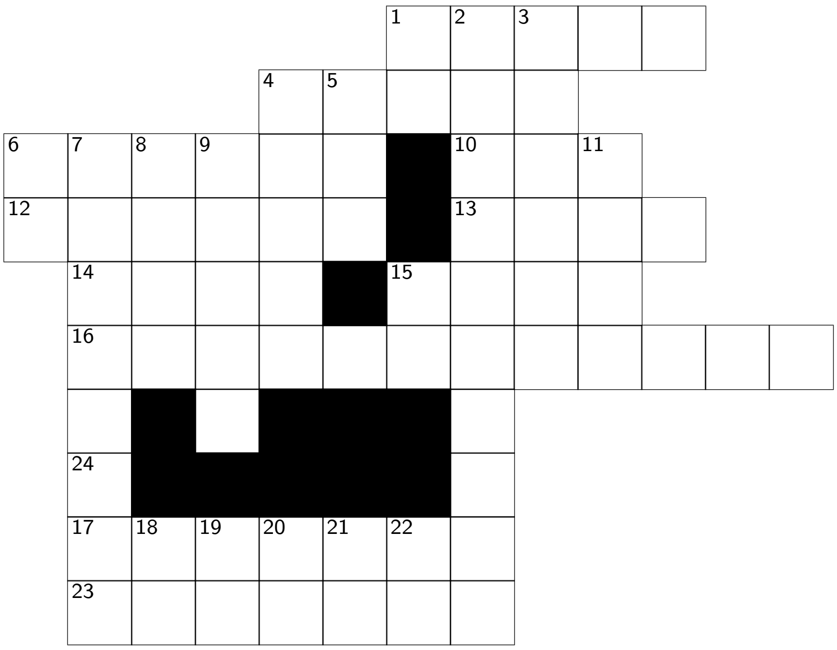
Date: 26. Mai 2026.

Teamname: ____________________

Aufgabe	1	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	3.3	4.1	4.2	4.3	Summe (gewerteter Punkte)
Erreichte Punkte											

1. Aufgabe: Vorsicht Kreuzung!

(12 Punkte) Füllt das Gitter anhand der Hinweise aus. Hier müssen keine Lösungswege oder Begründungen angegeben werden.



Horizontal

1 Quadratzahl

4 ① $s = 0$ ② $i = 0$ ③ while $i < 61$: { $i = i + 1$; $s = s + 9i$ } ④ return s

6 Periode des Meme-Bruchs 6/7

10 Primzahl

12 Schnapszahl

13 In der 14. Reihe des Pascal'schen Dreiecks steht die Märchenzahl $1001 = \binom{14}{4}$. Rechts neben ihr steht die doppelte Märchenzahl $2002 = \binom{14}{5}$. Wie lautet die nächste Zahl $\binom{14}{6}$ in der Reihe?

14 Primzahl

15 $x^2 + y^2$, falls $x + y = 80$ und $xy = 1599$

16 Das Produkt von vier aufeinanderfolgenden Zahlen ist 160 149 024. Schreibt die vier Zahlen (so schnell wie die Feuerwehr) der Größe nach geordnet hintereinander auf.

17 Größte siebenstellige Primzahl

23 7 hoch 8

24 Eine Lösung der Gleichung $x^2 - 6x + 5 = 0$

Vertikal

1 XX

2 Nächste Zahl der *Look 'n' Say*-Folge: 1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, etc.

3 Größte sechsstellige Quadratzahl

4 Alle Teiler dieser Zahl enden mit der Ziffer 1.

5 Kubikzahl

6 Fibonacci-Zahl

7 Palindrom

8 Primzahl mit Quersumme 17

9 Eine Zahl der Form $n^3 + (n^3)^3$ mit $n \in \mathbb{N}$

11 $2^0 + 2^1 + 2^2 + \ldots + 2^9$

15 Zweierpotenz

18 Die Zahl hat die Quersumme 16.

19 Im Hexadezimalsystem schreibt sich die Zahl als 60.

20 $f'(2)$, falls $f(x) = 5x^3 + 7x^2 + 6x + 8$

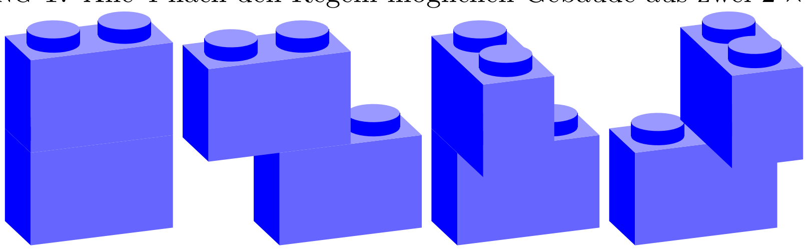
21 $\int_1^2 42x^2\,dx$

22 x, falls $3x + 2y + z = 580$ und $4x + 6y + 8z = 1840$ und $5x + 2y + 7z = 1420$

2.1. LEGO. Die Firma Lego behauptete über 30 Jahre lang es gäbe 102.981.500 verschiedene Möglichkeiten aus 6 gleichfarbigen 2×4 LEGO-Steinen ein zusammenhängendes *Gebäude* zu bauen. Das hat sich als komplett falsch herausgestellt (die richtige Zahl ist knapp 9-mal so groß). Das wurde/wird als *Gebäude* gezählt:

- Zusammenhängend bedeutet, dass die Steine ineinander geklickt sein müssen. Lose nebeneinanderliegende Steine zählen nicht.
- Steine werden nur gerade oder im rechten Winkel angebaut. Keine schiefen Steine an der Ecke.
- Die Noppen von allen Steinen zeigen nach oben.
- *Gebäude* gelten als gleich, wenn sie nur eine gedrehte Version voneinander sind. Spiegelbilder, die nicht durch Drehen zu erreichen sind, gelten als verschieden.

Abbildung 1. Alle 4 nach den Regeln möglichen Gebäude aus zwei 2×1 Steinen



Ihr sollt nun zeigen, dass ihr das besser könnt:

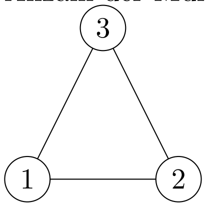
(1) (3 Punkte) Bestimmt: Wie viele verschiedene zusammenhängende *Gebäude* lassen sich aus 2 gleichfarbigen 2×4 LEGO-Steinen bauen? Nennt eine Zahl und beschreibt knapp euer Vorgehen.

(2) (2 Punkte) Im Durchschnitt besitzt jede*r Deutsche 103 LEGO Steine. Angenommen, das sind alles 2×4 Steine der gleichen Farbe. Schätzt: Ist die Anzahl der verschiedenen Gebäude, die sich bauen lassen, größer oder kleiner als ein Googol, also 10^{100}? Begründet eure Antwort!

(3) (3 Punkte) Bestimmt: Wie viele verschiedene zusammenhängende *Gebäude* lassen sich aus 3 gleichfarbigen 1×2 LEGO-Steinen bauen? Nennt eine Zahl und beschreibt knapp euer Vorgehen.

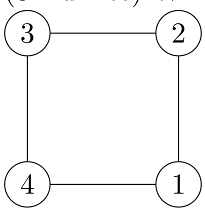
2.2. **Ein Glücksspiel.** Die CAU bietet folgendes Glücksspiel an. Auf den Ecken eines Vielecks liegen Münzen, auf der ersten Ecke eine, auf der zweiten zwei, auf der dritten drei Münzen, usw. Du darfst deine Spielfigur auf eine der Ecken setzen, die darauf liegenden Münzen werden aus dem Spiel genommen. Nun wirfst du eine Münze, bei Kopf zieht die Figur im Uhrzeigersinn eine Ecke weiter, bei Zahl gegen den Uhrzeigersinn. Von jedem besuchten Feld werden wieder die Münzen aus dem Spiel genommen, solange, bis nur noch ein Feld Münzen enthält. Diese bekommst du als deinen Gewinn.

(1) (3 Punkte) Das Spiel wird auf einem Dreieck angeboten. Die Zahlen geben die Anzahl der Münzen an.



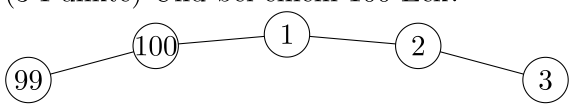
Welche Startposition verspricht dir den höchsten durchschnittlichen Gewinn? Wie viel gewinnst du durchschnittlich?

(2) (3 Punkte) Wir spielen das gleiche Spiel nun auf einem Viereck.



Bestimmt die Wahrscheinlichkeiten mit der das Spiel auf den verschiedenen Feldern endet. Welche Startposition verspricht dir den höchsten durchschnittlichen Gewinn? Wie viel gewinnst du durchschnittlich?

(3) (3 Punkte) Und bei einem 100-Eck?



2.3. **Ein Teil meiner DNA.** (Achtung: zwei Seiten Aufgabentext) Wir betrachten die Buchstaben `A`, `C`, `G` und `T`, die wir in Anlehnung an die Biowissenschaften als Basen eines genetischen Codes ansehen. In diesem Zusammenhang gelten die folgenden Definitionen:

(1) Eine *DNA-Sequenz* ist eine Folge dieser vier Buchstaben, wie zum Beispiel

`GTTACCAACGTCTTAACCTGGGCAGTTCGATACAGCATCAAGAT`.

(2) Ein *Codon* ist eine DNA-Sequenz der Länge 3, wie zum Beispiel

`GTT`.

(a) (1 Punkt) Berechnet, wie viele Codons es gibt.

(b) (1 Punkt) Beurteilt, ob es mehr oder weniger als tausend DNA-Sequenzen der Länge 5 gibt.

(c) (1 Punkt) Die Zahl 10^{100}, also eine Eins mit hundert Nullen, nennt man ein *Googol*. Menschliche DNA besteht aus etwa drei Milliarden Basen. Beurteilt, ob die Anzahl der DNA-Sequenzen der Länge $3 \cdot 10^9$ größer oder kleiner als ein Googol ist.

Der britische Molekularbiologe Francis Crick (1916-2004) erfuhr, dass genau 20 Codons Aminosäuren sind. Um herauszufinden, warum das so ist, führte er den Begriff der *Kommafreiheit* ein:

> (3) Es sei M eine Menge von Codons. Wir nennen die Menge M *kommafrei*, falls die folgende Bedingung gilt:
> Wenn die Codons UVW und XYZ beide zu der Menge M gehören, so dürfen die Codons VWX und WXY nicht zu der Menge M gehören.

Beispiel: Angenommen, eine kommafreie Menge enthalte sowohl `ATA` *als auch* `CGC`*. Dann impliziert Cricks Bedingung, wenn wir $UVW =$* `ATA` *und $XYZ =$* `CGC` *setzen, dass die Strings* `TAC` *und* `ACG` *nicht in der Menge liegen können, da sie beide Teilstrings von $UVWXYZ =$* `ATACGC` *sind. Folglich ist die Menge {*`ATA`*,* `CGC`*} kommafrei, aber die Menge {*`ATA`*,* `CGC`*,* `TAC`*} ist nicht kommafrei.*

(d) (1 Punkt) Überprüft, ob die Mengen {`TGC`, `ATG`, `GCC`} und {`TGC`, `ATG`, `GCC`, `CGC`} kommafrei sind.

(e) (1 Punkt) Begründet, warum eine kommafreie Menge die Codons `AAA`, `CCC`, `GGG` und `TTT` nicht enthalten kann.

(f) (3 Punkte) Wir möchten eine möglichst große kommafreie Menge konstruieren. Wir wählen als Startpunkt

$$M = \{\texttt{ATA}, \texttt{CGC}, \texttt{CGA}, \texttt{GTC}, \texttt{CTT}, \texttt{AGG}, \ldots\}.$$

Markiert so viele Codons wie möglich, die man zu dieser Menge M hinzufügen kann, ohne Cricks Bedingung zu verletzen.[1]

AAC CAA ACA	CCT TCC CTC	TTC CTT TCT	ATC CAT TCA
AAG GAA AGA	GGA AGG GAG	TTG GTT TGT	AGT TAG GTA
AAT TAA ATA	GGC CGG GCG	~~ACG~~ GAC CGA	ATG GAT TGA
CCA ACC CAC	GGT TGG GTG	AGC CAG GCA	CGT TCG GTC
CCG GCC CGC	TTA ATT TAT	ACT ~~TAC~~ CTA	CTG GCT TGC

[1] Historische Info: Es gibt drei Möglichkeiten, eine DNA-Sequenz in Dreierpakete aufzuspalten, zum Beispiel in der Sequenz (1) am Anfang der Aufgabe die Möglichkeit `GT TAC CAA CGT CTT AAC CTG GGC AGT TCG ATA CAG CAT CAA GAT`. Crick vermutete, dass eine Aufspaltung nur aus Aminosäuren besteht und die beiden anderen Aufspaltungen dann aber keine Aminosäuren beinhalten.

3.1. **Die Schönen und das Biest.** Eine Menge M positiver ganzer Zahlen heiße *schön*, falls für je zwei verschiedene Elemente $a, b \in M$ gilt:

$$\text{Die Zahl } (a-b)^2 \text{ ist ein Teiler der Zahl } a \cdot b.$$

Beispiel 1: Die Menge $\{15, 16, 20\}$ ist schön, da:

- die Zahl $(16-15)^2 = 1^2 = 1$ ein Teiler der Zahl $15 \cdot 16 = 240$ ist,
- die Zahl $(20-15)^2 = 5^2 = 25$ ein Teiler der Zahl $15 \cdot 20 = 300 = 25 \cdot 12$ ist
- und die Zahl $(20-16)^2 = 4^2 = 16$ ein Teiler der Zahl $16 \cdot 20 = 320$ ist.

Beispiel 2: Auf der anderen Seite ist die Menge $\{3, 5, 7\}$ nicht schön, da die Zahl $3 \cdot 7 = 21$ nicht durch $(7-3)^2 = 4^2 = 16$ teilbar ist.

(a) (1 Punkt) Überprüft, ob die Menge $\{90, 99, 100\}$ schön ist.
(b) (1 Punkt) Überprüft, ob die Menge $\{26, 5, 2026\}$ schön ist.
(c) (1 Punkt) Überprüft, ob die Menge $\{120, 124, 125, 126\}$ schön ist.
(d) (2 Punkte) Gebt eine schöne Menge mit fünf Elementen an.
(e) (2 Punkte) Zeigt, dass es eine schöne Menge mit zehn Elementen gibt.

3.2. **Summen von Primzahlen und ihre Produkte II.**

(a) (2 Punkte) Zeigt, dass

$$A_{2,3}(p) := (p-3)(p-2)(p+2)(p+3)$$

für alle Primzahlen $p > 3$ durch 24 teilbar ist.

(b) (2 Punkte) Zeigt, dass es für alle Zahlen $n > 24$ eine Primzahl $p > 3$ gibt, so dass $A_{2,3}(p)$ nicht durch n teilbar ist.

(c) (2 Punkte) Wir wollen nun 2 und 3 durch andere Primzahlen q_1 und q_2 ersetzen. Findet $q_1 < q_2$, so dass

$$A_{q_1,q_2}(p) := (p-q_2)(p-q_1)(p+q_1)(p+q_2)$$

für alle Primzahlen $p > q_2$ durch 64 teilbar ist.

(d) (3 Punkte) Findet $q_1 < q_2$, so dass

$$A_{q_1,q_2}(p) := (p-q_2)(p-q_1)(p+q_1)(p+q_2)$$

für alle Primzahlen $p > q_2$ durch 5760 teilbar ist.

3.3. **Ein anderes Konzept der Ableitung abgeleitet für natürliche Zahlen.** In dieser Aufgabe sei $\mathbb{Z}_{>0} = \{1, 2, 3, \ldots\}$ die Menge der positiven ganzen Zahlen und es sei $\mathbb{Z}_{\geq 0} = \{0, 1, 2, \ldots\}$ die Menge der nicht-negativen ganzen Zahlen.

Eine Abbildung $\mathbb{Z}_{>0} \to \mathbb{Z}_{\geq 0}$ mit $n \mapsto n'$ nennen wir eine *arithmetische Ableitung*, falls folgende zwei Eigenschaften gültig sind:

(A1) Für jede Primzahl p gilt stets

$$p' = 1.$$

(A2) Für zwei beliebige natürliche Zahlen m und n gilt stets

$$(m \cdot n)' = m' \cdot n + m \cdot n'.$$

Zum Beispiel muss für jede arithmetische Ableitung $2' = 1$ und $3' = 1$ gelten, da 2 und 3 beides Primzahlen sind. Nach der Produktregel ist damit $6' = (2 \cdot 3)' = 2' \cdot 3 + 2 \cdot 3' = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 5$.

(a) (3 Punkte) Berechnet die arithmetischen Ableitungen der Zahlen der ersten zwölf natürlichen Zahlen anhand der Regeln (A1) und (A2).

(b) (1 Punkte) Es seien nun p, q und r drei verschiedene Primzahlen. Berechnet die arithmetischen Ableitungen $(pq)'$ und $(pqr)'$ anhand der Regeln (A1) und (A2).

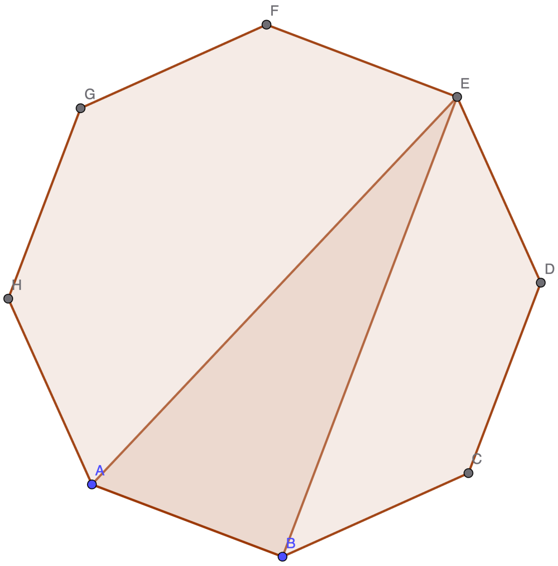
(c) (1 Punkt) Es sei nun p eine Primzahl. Berechnet die arithmetischen Ableitungen von p^2, p^3 und p^4 anhand der Regeln (A1) und (A2).

(d) (3 Punkte) Zwei Menschen möchten $99'$ berechnen.
- Anton rechnet im ersten Schritt $99' = (3 \cdot 33)' = 3' \cdot 33 + 3 \cdot 33'$. Nach der Regel (A1) ist $3' = 1$. Die Zahl $33'$ berechnet Anton über die Regel (A2) als $(33') = (3 \cdot 11)' = 3' \cdot 11 + 3 \cdot 11' = 1 \cdot 11 + 3 \cdot 1 = 14$. Damit ist $99' = 1 \cdot 33 + 3 \cdot 14 = 75$.
- Ida rechnet im ersten Schritt $99' = (9 \cdot 11)' = \ldots$

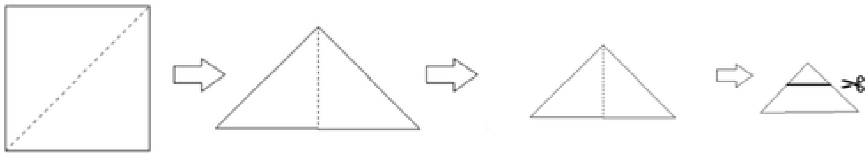
Vervollständigt Idas Rechnung und zeigt, dass sie auf dasselbe Ergebnis wie Anton kommt. Begründet im Allgemeinen, dass man für eine Zahl immer dieselbe arithmetische Ableitung herausbekommt, egal in welcher Reihenfolge man die Faktoren auflöst. (Man sagt auch, dass die Ableitung *wohldefiniert* ist).

4. Ungeometrische Geometrie

4.1. **Achteck.** (so viele Punkte wie Ecken) Abgebildet ist ein regelmäßiges Achteck $ABCDEFGH$. Welchen Anteil nimmt der Flächeninhalt des Dreiecks ABE am Gesamtflächeninhalt ein? Begründet eure Antwort.



4.2. **Origami.** Nimm ein quadratisches Blatt Papier und falte es zu einem Dreieck, falte ein zweites Mal zu einem kleineren Dreieck und dann ein drittes Mal zu einem noch kleineren Dreieck. Schneide nun die Ecke mit dem rechten Winkel ab.



(a) (1 Punkt) Schaut euch das Ergebnis an! Wie viele Löcher hat das auseinandergefaltete Papier nach dem Vorgang? Wie viele ,,Ecken" sind aus dem Rand des Papiers geschnitten?

(b) (2 Punkte) Nehmt ein neues quadratisches Papier. Faltet es wieder so wie in a) und dann noch 2-mal zu immer kleineren rechtwinkligen Dreiecken. Ihr faltet also insgesamt 5 Mal. Schneidet nun die Ecke mit dem rechten Winkel ab. Wie viele Löcher hat das Papier nun? Wie viele ,,Ecken" sind aus dem Rand des Papiers geschnitten?

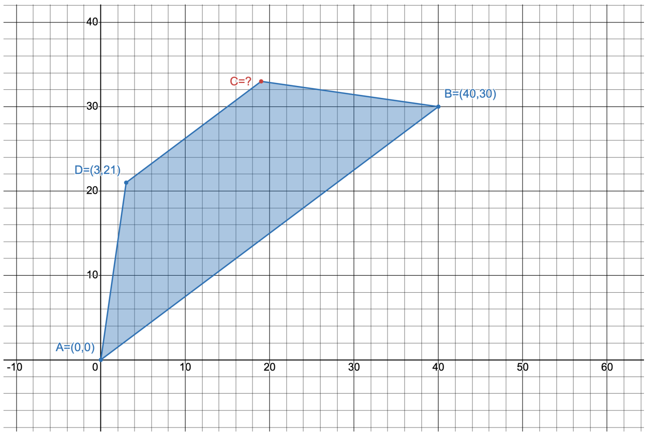
(c) (2 Punkte) Ein Papier neun-mal zu falten wird praktisch schwierig, aber nehmen wir an, das wäre möglich. Berechnet, ob der entstandene Papierstapel dicker ist als ein ungefaltetes DIN-A4-Papier hoch ist. (Ein Blatt ist 0,1 mm dick.)

(d) (3 Punkte) Wenn ihr nach insgesamt 9-maligem Falten die rechtwinklige Ecke abschneiden würdet, wie viele Löcher hätte das Papier dann? Begründet eure Antwort, zum Beispiel anhand einer passenden Skizze!

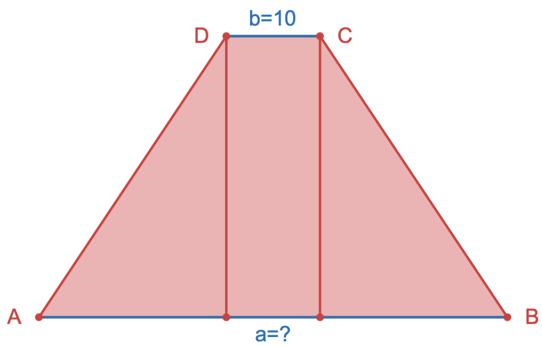
(e) (1 Punkt) Angenommen, die Ecke im letzten Aufgabenteil wird genau so abgeschnitten, dass die abgeschnittene Ecke die halbe Höhe des Dreiecks (ohne abgeschnittene Ecke) beträgt. Wie groß ist dann die ausgeschnittene Fläche, also die Fläche der Löcher und der Ecken am Rand?

4.3. **Die Nummer am Trapez.** Ein Viereck $ABCD$ heißt *symmetrisches Trapez*, falls die Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ dasselbe Mittellot haben. Ein symmetrisches Trapez $ABCD$ hat demnach zwei parallele Seitenlinien und zwei gleich lange Schenkel: Es gilt $AB \parallel CD$ und $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$.

(a) (2 Punkte) Ein symmetrisches Trapez $ABCD$ habe die Punkte $A = (0\,|\,0)$ und $B = (40\,|\,30)$ und $D = (3\,|\,21)$. Gebt die Koordinaten des Punktes C an.



(b) (3 Punkte) Ein symmetrisches Trapez $ABCD$ habe eine Grundseite der Länge $b = |\overline{CD}| = 10$. Durch die Lote von C und D auf die Seite $\overline{AB}$ werde es in drei Fächen mit demselben Flächeninhalt zerlegt. Berechnet die Länge $a = |\overline{AB}|$ der anderen Grundseite.



(c) (3 Punkte) Ein symmetrisches Trapez $ABCD$ habe eine Grundseite der Länge $a = |\overline{AB}| = 73$ und eine Grundseite der Länge $b = |\overline{CD}| = 17$. Die Punkte P und Q liegen auf den Seiten $\overline{AD}$ bzw. $\overline{BC}$, sodass die Strecke $\overline{PQ}$ parallel zu den Grundseiten des Trapezes ist und das Trapez in zwei Teiltrapeze gleichen Flächeninhalts teilt. Berechnet die Länge $x = |\overline{PQ}|$.