SCHLESWIG-HOLSTEINS TAG DER MATHEMATIK 2026

TEAMWETTBEWERB KLASSE 9/10

- **Teamgröße und Altersgruppen:** Der Wettbewerb ist ein Teamwettbewerb und es gibt vier Altersgruppen (Klassen 5/6, Klassen 7/8, Klassen 9/10, Klassen 11 bis 13). Die Teams bestehen in den Jahrgangsstufen 5/6, 7/8 und 9/10 aus 3 bis 5 Schülerinnen und Schülern und in Jahrgansstufe 11+ aus 2 oder 3 Schülerinnen und Schülern.
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Nur Stifte, Zirkel und Lineal – keine elektronischen Geräte, keine Taschenrechner. Nutzung solcher Geräte kann zur Disqualifikation führen.
- **Lösungen:** Zu jeder Aufgabe sind Lösungswege/ Begründungen anzugeben, falls nicht explizit anders gefordert (Indem wir z.B. 'Gebt an!, 'Schreibt hin!'. 'Zeichnet!', 'Füllt aus!', 'Tragt ein!', ... schreiben)
- **Papier:** Schmierpapier wird gestellt, für eure Lösungen ist Platz auf den Aufgabenblättern. Wenn das Aufgabenblatt nicht reicht, nehmt zunächst dessen Rückseite.
- **Abgabe:** Pro Aufgabe gebt bitte ein Blatt mit eurer Lösung und eurem Teamnamen ab. Nehmt dafür am besten das Aufgabenblatt selbst, notiert alternativ deutlich lesbar die Aufgabennummer auf dem abgegebenen Blatt. Jedes Blatt darf nur eine Aufgabe enthalten.
- **Teamarbeit:** Austausch im Team ist erlaubt und erwünscht, aber bitte einigermaßen leise, sonst hören die anderen ja eure guten Ideen. Leute außerhalb eures Teams (Lehrkräfte, Leute aus anderen Teams, Aufsichtspersonen, ...) dürfen euch nicht helfen.
- **Aufgabenkategorien:**
  - **Kreuzzahlrätsel:** Die erste Aufgabe ist ein Zahlen-Kreuzworträtsel; dieses ist eindeutig lösbar, es ist immer sehr hilfreich und manchmal auch nötig, mehrere Hinweise gleichzeitig zu betrachten.
  - **Drei weitere Kategorien:** Danach gibt es drei Aufgaben-Kategorien, bestehend aus je drei Aufgaben. In den Aufgaben könnt ihr unterschiedliche Gesamtpunktzahlen zwischen 7 und 9 Punkten erreichen. Ihr dürft zu jeder Aufgabe eine Lösung abgeben. **Nur die zwei besten Aufgaben in jeder Kategorie zählen für eure Endwertung!**
  - Beispiel: Ihr bearbeitet alle Aufgaben in der zweiten Kategorie und bekommt folgende Punkte: Aufg 2.1.: 7/7, Aufg. 2.2.: 6/9, Aufg. 2.3.: 4/8. Dann sind 2.1. und 2.2. eure Punktbesten Aufgaben und ihr bekommt für Kategorie 2 insgesamt 7+6=13 Punkte.
- **Joker-Regel:** Teams mit drei Mitgliedern dürfen einmal statt einer Lösung zu einer Aufgabe „**JOKER**“ schreiben und erhalten dann 6 Punkte für die Aufgabe. Teams aus zwei Personen (Oberstufenteams oder Teams, in denen kurzfristig Schüler:innen ausgefallen sind) erhalten einen zweiten solchen JOKER, dürfen diesen aber nicht in derselben Kategorie wie den ersten einsetzen.
- **Jury:** Am Ende entscheidet das *Mathe*^{SH}*-Team* von CAU und EUF unanfechtbar und endgültig über Bepunktungen, Platzierungen und alle weiteren Regelfragen bezüglich des Wettbewerbs.

Date: 26. Mai 2026.

Teamname: ____________________________

Aufgabe	1	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	3.3	4.1	4.2	4.3	Summe (gewerteter Punkte)
Erreichte Punkte											

1. Aufgabe: Vorsicht Kreuzung!

(12 Punkte) Füllt das Gitter anhand der Hinweise aus. Hier müssen keine Lösungswege oder Begründungen angegeben werden.

1,7	8	9	10	11
2				
3		■	6	
4		12		
5				

Horizontal

1 Wird diese 5-stellige Zahl durch 9 geteilt, ist es das gleiche wie sie rückwärts zu lesen

2 Die letzten 5 Ziffern von 10001^8

3 Die kleinste Primzahl, deren Quersumme eine Viererpotenz, aber nicht vier ist.

4 Die kleinste Zahl mit 6 verschiedenen Primteilern

5 a) Nehmt eine 4-stellige Zahl mit mindestens 2 verschiedenen Ziffern. b) Sortiert die Ziffern zur größten und zur kleinsten möglichen Zahl um. c) Berechnet den Betrag derer Differenz. Wiederholt Schritte b) und c) 7 Mal (mit der jeweils neu berechneten zahl).

6 Die kleinste Zahl, bei der wenn die rückwärts gelsene Zahl abgezogen oder addiert wird, jeweils eine Quadratzahl entsteht

Vertikal

7 Die größte 5-stellige Zahl, die 5 verschiedene Ziffern hat und durch 90 teilbar ist.

8 $\overline{\text{LXXX}}\text{CMVI}$ (Tipp: Es gibt mehrere Schreibweisen für sehr große römische Zahlen, wir benutzen die 'mit Viniculum', das bedeutet, ein Strich über einem Zahlzeichen vertausendfacht dessen Wert.)

9 Produkt zweier aufeinanderfolgender Zahlen

10 777_9 (Das heißt, wandle die Zahl ist gerade im Neunersystem, wandelt Sie ins Zehnersystem um)

11 $2^4(6! - 1)$

12 Anzahl der ordnungsvollständigen geordneten Körper.

2. Kombinatorik, Logik und Spiele

2.1. **Gleichungen in der Sprache der Waorani. Nach einer Linguistikolympiadenaufgabe von Dragomir R. Radev.** (8 Punkte insges.) Hier findet ihr einige Gleichungen auf Wao Terero, der Sprache der Waorani, ein indigenes Volk aus dem Osten Ecuadors.
Die in den Gleichungen auf Wao Terero geschriebenen Zahlen sind dabei Zahlen von 1 bis 10. Innerhalb jedes Klammerpaares befindet sich der Name einer dieser Zahlen.

(1) (*mēña mēña mēña mēña*) + (*mēña go mēña*) = (*mēña*) · (*āēmāēmpoke go aroke*)
(2) (*aroke*)^2 + (*mēña*)^2 = (*āēmāēmpoke*)
(3) (*āēmāēmpoke go aroke*)^2 = (*mēña go mēña*) · (*āēmāēmpoke mēña go mēña*)
(4) (*mēña*) · (*āēmāēmpoke*) = (*tipāēmpoke*)

Schreibt die Zahlen von 1 bis 10 auf Wao Terero. Eine Begründung ist nicht nötig.

2.2. **Pivo macht voll.** (9 Punkte insges.) Wir nennen eine Zahl voll[1], wenn wir sie als Summe einiger ihrer echten Teiler schreiben können. Zum Beispiel ist 20 voll, weil gilt $20 = 10 + 5 + 4 + 1$ (jeden Teiler darf man nur einmal benutzen).
Wir nennen eine Zahl Pivo-Zahl[2], wenn die Summe der Kehrwerte ihrer Primteiler plus das Produkt der Kehrwerte ihrer Primteiler gleich 1 ist. Ein Beispiel: $1806 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 43$ ist eine Pivo-Zahl. Denn die Primteiler sind $2, 3, 7, 43$ Also ist die Summe der Kehrwerte ihrer Primteiler plus das Produkt der Kehrwerte ihrer Primteiler:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{43} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{43} = 1$$

(a) (1 Punkt) Überprüft, ob wir uns nicht verrechnet haben und verifiziert mit Zwischenschritten, dass 1806 wirklich Pivo-Zahl ist.
(b) (1 Punkte) Überprüft, ob 1806 voll ist.
(c) (2 Punkte) Beweist oder widerlegt: Jede Pivo-Zahl ist voll.
(d) (2 Punkte) Beweist oder widerlegt: Jede Pivo-Zahl, die mindestens zwei verschiedene Primteiler hat, ist voll.
(e) (3 Punkte) Gebt drei Pivo-Zahlen (die nicht die 1806 sind) und 2 volle Zahlen, die keine Pivo-Zahlen sind, an.

[1]In der Fachliteratur nennt man sie eigentlich pseudo-vollkommen oder fast vollkommen oder manchmal auch teilvollkommen. Aber weil voll ein Teil von vollkommen ist und als Wort weniger sperrig, nennen wir sie hier voll.
[2]In der Literatur 'primär pseudovollkommen', aber das kürzen wir ab.

2.3. **Eine runde Rundreise.** (9 Punkte insges.) In einer fernen Zukunft sind alle Städte in Schleswig Holstein entweder direkt per Schnellzug oder per Direktbus verbunden und zwar so, dass dieser Bus/Zug direkt und ohne andere Halte zwischen den Städten hin und her fährt. Zwischen je zwei Städten gibt es also immer genau eine Reisemöglichkeit. Es gibt keinen Zug oder Bus, der mehr als zwei Halte hat.

(a) (2 Punkt) Zeigt, dass man zwischen den 3 größten Städten eine Rundreise machen kann, bei der man nur einmal von einem Bus in einen Zug wechselt (oder umgekehrt), egal wie genau die Verbindungen besetzt sind.
(b) (2 Punkte) Zeigt, dass man zwischen den 4 größten Städten eine Rundreise machen kann, bei der man nur einmal von einem Bus in einen Zug wechselt wechselt (oder umgekehrt), egal wie genau die Verbindungen besetzt sind.
(c) (2 Punkte) Zeigt, dass man zwischen den 5 größten Städten eine Rundreise machen kann, bei der man nur einmal von einem Bus in einen Zug wechselt wechselt (oder umgekehrt), egal wie genau die Verbindungen besetzt sind.
(d) (3 Punkte) Untersucht, ob, man zwischen den 15 Kreis- und kreisfreien Städten sicher eine Rundreise machen kann, bei der man nur einmal das Verkehrsmittel wechselt, egal wie genau die Verbindungen besetzt sind.

3. Rechnen und Gleichungen

3.1. **Bruchrechnen einfach gemacht!** Tobias verdreht beim Bruchrechnen dauernd Zähler und Nenner. Deswegen beschließt er, ab jetzt nur noch Brüche der Form $\frac{1}{z}$, wobei z eine ganze Zahl ist, zu benutzen. Solche Brüche nennt man Stammbrüche. Wir wollen einmal schauen, ob das sinnvoll bzw. überhaupt möglich ist.

(a) (Je 1 Punkt) Schreibt als Summe von verschiedenen Stammbrüchen:

(i) $\frac{2}{17}$

(ii) $\frac{3}{4}$

(iii) $\frac{4}{5}$

(iv) $\frac{5}{11}$

(b) Beantwortet jeweils folgende Fragen und begründet eure Antworten in einem kurzen Satz (1 Punkt pro Teilaufgabe):

(i) Lässt sich jeder positive Bruch als Summe von Stammbrüchen schreiben?

(ii) Lässt sich jeder Bruch zwischen 0 und 1 als Summe von zwei verschiedenen positiven Stammbrüchen schreiben?

(iii) Lässt sich jeder positive Stammbruch als Summe von zwei verschiedenen positiven Stammbrüchen schreiben?

(iv) Lässt sich jeder Bruch zwischen 0 und 1 als Summe von endlich vielen verschiedenen positiven Stammbrüchen schreiben?

3.2. **Vieta for the win.** Zum Lösen von Quadratischen Gleichungen der Form

$$x^2 + px + q = 0 \tag{1}$$

kennt ihr vielleicht schon die p, q-Formel, vielleicht aber auch nicht. Es gibt allerdings einen weiteren sehr schönen Satz, der hilft, die Lösungen zu finden. Noch dazu kommt dieser ganz ohne Wurzelziehen aus. Es ist der Satz von Vieta. Dieser besagt:
x_1, x_2 sind genau dann die beiden einzigen Lösungen der Gleichung (1), wenn gelten:

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

(a) (2 Punkte) Findet alle Lösungen der Gleichung

$$3x^2 + 21 = 21x - 9$$

(b) (3 Punkte) (Aus dem Schulbuch Algeba 9 von Friedrich Barth) Auf Seite I des Keilschrifttextes AO 8862, der um 2000 v. Chr. entstanden ist und zu den ältesten babylonischen Texten gehört, steht: '(...) Länge und Breite habe ich multipliziert und so die Fläche gemacht. Was die Länge über die Breite hinausgeht, habe ich zur Fläche addiert, und es macht 183. Länge und Breite addiert, gibt 27. Länge, Breite und Fläche ist was?'
Bestimmt Länge und Breite!

(c) (3 Punkte) Ermittelt alle reellen Zahlen a, für die eine Lösung der Quadratischen Gleichung

$$x^2 - \frac{15}{4}x + a = 0$$

das Quadrat der anderen Lösung ist.

3.3. **Summen von Primzahlen und ihre Produkte.** Sei $p > 3$ eine Primzahl. Wir wollen das Produkt

$$A = (p+2)(p+3)(p+5)(p+7)(p+11)(p+13)(p+17)(p+19)$$

untersuchen.

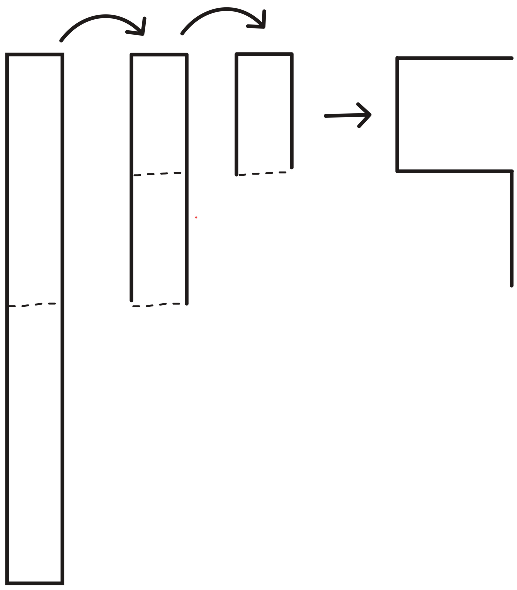
(1) (1 Punkt) Zeigt, dass A durch 4 teilbar ist.
(2) (2 Punkte) Zeigt, dass A durch 5 teilbar ist.
(3) (2 Punkte) Zeigt, dass mindestens einer der Faktoren (also $p+2$, oder $p+3$, oder $p+5$ usw.) durch 9 teilbar ist.
(4) (4 Punkte) Findet die größte Zahl, die A immer teilt, egal welche Primzahl $p > 3$ ist. *Tipp: Die gesuchte Zahl ist ziemlich groß.*

4. Geomerie!

4.1. **Wir drehn uns im Kreis!** (7 Punkte) Luise und Jette spielen folgendes Spiel: Luise steht in der Mitte eines Kreises mit dem Radius von π^2 Metern. Jede Spielrunde läuft dann wie folgt: Luise zeigt in eine Richtung. Dann entscheidet Jette, ob Luise in diese Richtung genau einen Meter vorwärts oder genau einen Meter rückwärts geht. Dann beginnt die nächste Runde (Luise zeigt also wieder in eine Richtung, Jette entscheidet ...). Luises Ziel ist, möglichst schnell aus dem Kreis herauszukommen. Jette will, dass Luise möglichst lange, am besten also unendlich lange, im Kreis bleibt. Sie wählt zwischen vorwärts und rückwärts also stets so, dass Luise nach dem Schritt möglichst nah am Kreismittelpunkt ist. Ermittelt, ob es eine Strategie für Luise gibt, aus dem Kreis herauszukommen. Falls ja, findet heraus, wie viele Schritte sie mindestens benötigt.

4.2. **Fold and unfold.** (8 Punkte insges.) Nehmt einen Papierstreifen. Legt ihn auf den Tisch und faltet das untere Ende auf das obere. Faltet nun das neue untere Ende wieder auf das obere. Macht dies n Mal. Nun faltet den Streifen so auseinander, dass die Knicke im 90°-Winkel stehen, und betrachtet das Gebilde von der Seite. Wir nennen dies den n-Drachen.

Für $n = 2$ sieht das in etwa so aus:

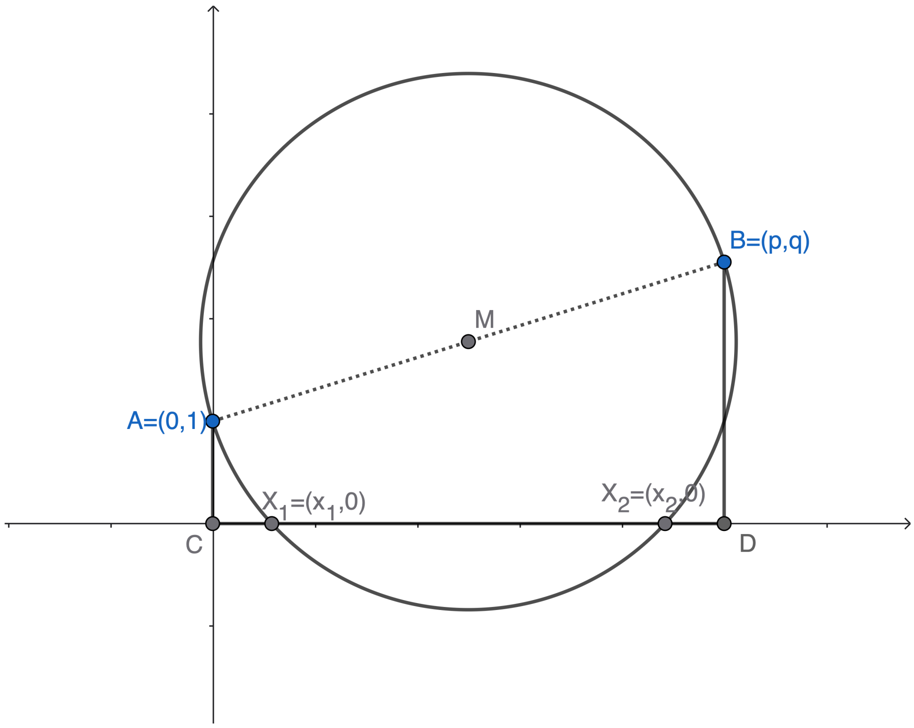


(a) (2 Punkte) Macht eine Skizze des 4-Drachen.
(b) (1 Punkt) Wenn der Papierstreifen die Länge 1 hat: Gebt an, wie weit dann beim 2-Drachen und beim 4-Drachen die Enden des Papierstreifens voneinander entfernt sind.
(c) (2 Punkte) Wie weit sind die Enden des 20-Drachen voneinander entfernt? Begründet eure Aussage!
(d) (3 Punkte) Beschreibt eine Methode, wie der Drache gezeichnet werden kann, ohne ihn aus Papier zu falten. Zeichnet mit dieser den 6-Drachen (der Maßstab muss nicht der gleiche sein).

4.3. **Vieta for the circle.** (9 Punkte insges.) Ähnlich wie in Aufgabe 3.2. wollen wir uns Quadratische Gleichungen der Form

$$x^2 - px + q = 0$$

anschauen. Die Lösungen dieser Gleichung können wir auf folgende Weise graphisch ermitteln: Zeichne die Punkte $A = (0, 1)$ und $B = (p, q)$ in ein Koordinatensystem. Markiere den Mittelpunkt M der Strecke AB und konstruiere einen Kreis durch A und B mit Mittelpunkt M.



Ihr sollt in den folgenden Teilaufgaben zeigen, dass die Schnittpunkte des Kreises mit der x-Achse, also die Werte x_1 und x_2, die Lösungen der Gleichung sind.

(a) (3 Punkte) Zeige, dass $x_1 + x_2 = p$.

(b) (4 Punkte) Zeige, dass $x_1 \cdot x_2 = q$.
Tipp: Betrachte die Dreiecke X_2DB und CAX_2.

(c) (2 Punkte) Zeigt mithilfe von (a) und (b), dass x_1 und x_2, die Lösungen der Gleichung $x^2 - px + q = 0$ sind.