



1 Wortketten

Der Python-Kurs möchte *Wortketten* in der deutschen Sprache finden. Diese werden (ähnlich wie beim Spiel *Tuppfehler*) folgendermaßen gebildet: Wir starten mit einem Wort und wandeln dieses durch eine der 3 folgenden Operationen um:

- Ein Buchstabe wird durch einen anderen ersetzt,
- ein Buchstabe wird hinzugefügt, oder
- ein Buchstabe wird gestrichen.

Durch mehrfache Anwendung dieser Transformationen entstehen *Wortketten*.

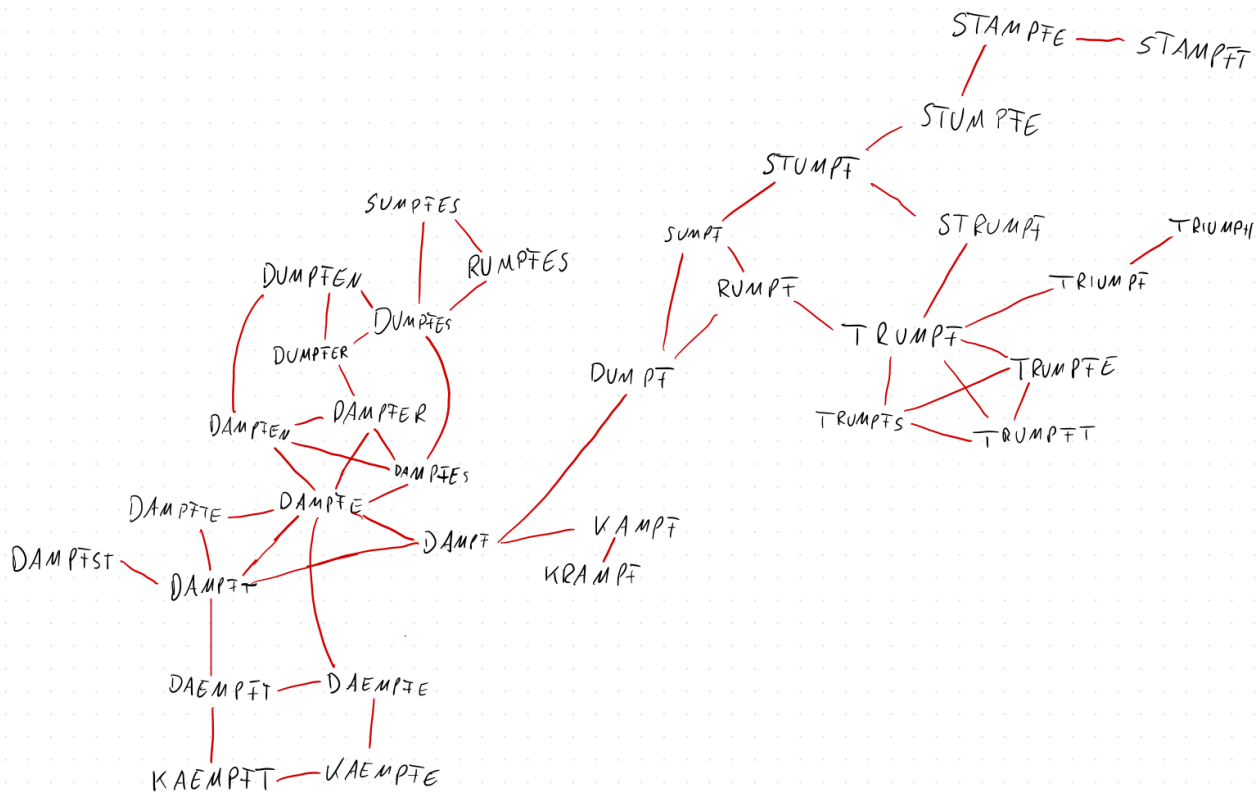
Längste Wortkette Wir wollen eine längst mögliche Wortkette finden. Da diese Aufgabe im Allgemeinen sehr schwierig ist (NP-schwer um genau zu sein), beschränken wir uns auf eine kleinere Menge von 33 Wörtern:

'RUMPF', 'DAMPFES', 'KAEMPFE', 'STAMPFT', 'STRUMPF', 'DAMPF', 'DAEMPFE', 'SUMPf', 'DAMPFER', 'TRUMPFE', 'DAMPFST', 'DAMPFTE', 'STAMPFE', 'TRUMPFT', 'KAEMPFT', 'RUMPFES', 'DAMPFEN', 'DAMPFE', 'KRAMPF', 'KAMPF', 'TRIUMPF', 'DAMPFT', 'DUMPF', 'TRUMPFS', 'DUMPFEN', 'SUMPFES', 'STUMPFE', 'TRUMPF', 'DAEMPFT', 'TRIUMPH', 'DUMPFER', 'DUMPFES', 'STUMPF'.

Aufgabe 1 Modelliere die Fragestellung als Graphen und zeichne diesen.



Lösung 1



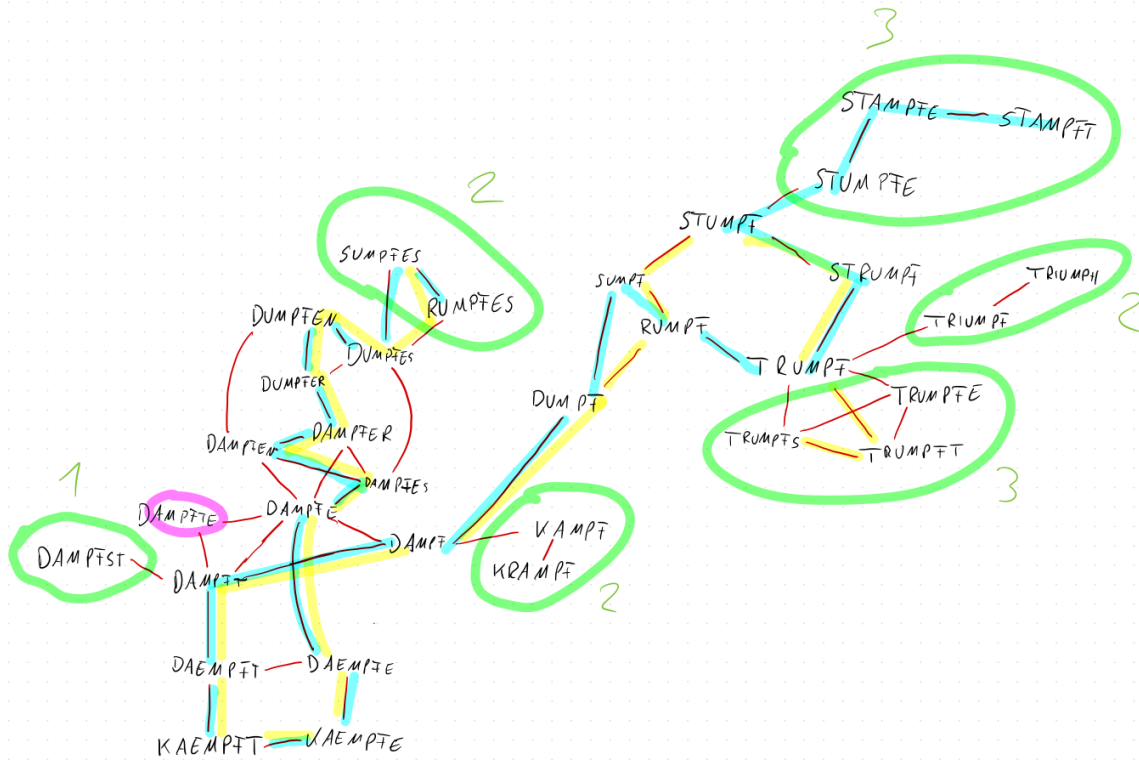
Aufgabe 2 Finde eine längste Wortkette, d.h. einen längsten Weg durch den Graphen, der keine Ecke mehrfach verwendet. Untersuche dafür zunächst die Struktur des Graphen.

Der Pythonkurs hat solche Wege durch Random-Walks auf diesem Graphen gesucht. Die längste Wortkette, die so gefunden wurde, hatte die Länge 23.

Aufgabe 3 Zeige, was die maximale Länge einer Wortkette ist.

Wir haben die letzten beiden Aufgaben im Kurs gemeinsam behandelt und gelöst.

Lösung 2 (und 3) Wir haben zunächst nach oberen Schranken für die Länge gesucht. Die grün markierten Bereiche sind Endpunkte, in denen die Kette entweder gestartet oder beendet werden muss, wenn ihre Wörter verwendet werden sollen. Außerdem gibt es einige Nadelöhere des Graphen, die den Graphen in Teile teilen, zwischen denen wir nur einmal wechseln können. Wichtig für uns sind 'DUMPF' und 'DAMPFE'. Beginnen und enden wir in einem grünen 3er-Cluster, so lassen wir den ganzen linken Teil aus. Also können wir maximal ein 3er- und ein 2er-Cluster verwenden. Die anderen grünen Bereiche – zusammen 8 Wörter – fallen weg. Das zeigt, eine Wortkette kann maximal Länge 25 haben.



Eine detailliertere Analyse zeigt auch, dass 'DAMPFTE' (pink markiert) nur verwendet werden kann, wenn dafür das 4er-Cluster südlich davon ('DAEMPFT' ...) ausgelassen wird, was ein schlechter Tausch ist.

Das senkt die Schranke auf eine maximale Länge von 24.

Im Bild ist in blau eine Wortkette der Länge **24** eingezeichnet, diese ist somit eine **längste Wortkette**. Als Referenz haben wir auch eine 23er-Kette des Python-Kurses in gelb eingetragen. Diese kann durch die Verlängerung zu 'TRUMPFE' ebenfalls zu einer maximalen Kette erweitert werden.