

SCHLESWIG-HOLSTEINS TAG DER MATHEMATIK

TEAMWETTBEWERB KLASSE 7/8

- **Erlaubte Hilfsmittel:** Nur Stifte, Zirkel und Lineal – keine elektronischen Geräte, keine Taschenrechner. Nutzung solcher Geräte kann zur Disqualifikation führen.
- **Lösungen:** Zu jeder Aufgabe sind Lösungswege/ Begründungen anzugeben, falls nicht explizit anders gefordert.
- **Papier:** Schmierpapier wird gestellt, für eure Lösungen ist Platz auf den Aufgabenblättern.
- **Abgabe:** Pro Aufgabe gebt bitte ein Blatt mit eurer Lösung und eurem Teamnamen ab. Nehmt dafür am besten das Aufgabenblatt selbst, notiert alternativ deutlich lesbar die Aufgabennummer auf dem abgegebenen Blatt. Jedes Blatt darf nur eine Aufgabe enthalten.
- **Teamarbeit:** Austausch im Team ist erlaubt, aber bitte einigermaßen leise, sonst hören die anderen ja eure guten Ideen. Leute außerhalb eures Team (Lehrkräfte, Leute aus anderen Teams, ...) dürfen euch nicht helfen.
- **Aufgabenkategorien:**
 - **Kreuzzahlrätsel:** Die erste Aufgabe ist ein Zahlen-Kreuzworträtsel; dieses ist eindeutig lösbar, es ist immer sehr hilfreich und manchmal auch nötig, mehrere Hinweise gleichzeitig zu betrachten.
 - **Drei Weitere Kategorien:** Danach gibt es drei Aufgaben-Kategorien, bestehend aus je drei Aufgaben. Ihr dürft zu jeder Aufgabe eine Lösung abgeben. **Nur die zwei besten Aufgaben in jeder Kategorie zählen für eure Endwertung!**
- **Joker-Regel:** Teams mit drei Mitgliedern dürfen einmal statt einer Lösung zu einer Aufgabe „**JOKER**“ schreiben und erhalten dann 6 Punkte für die Aufgabe. Teams aus zwei Personen (Oberstufenteams oder Teams, in denen kurzfristig Schüler:innen ausgefallen sind) erhalten einen zweiten solchen JOKER, dürfen diesen aber nicht in derselben Kategorie wie den ersten einsetzen.
- **Jury:** Am Ende entscheidet das *Mathe^{SH}-Team* von CAU und EUF unanfechtbar und endgültig über Bepunktungen, Platzierungen und alle weiteren Regelfragen bezüglich des Wettbewerbs.

Teamname: _____

Aufgabe	1	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	3.3	4.1	4.2	4.3	Summe (gewerteter Punkte)
Erreichte Punkte											

1. AUFGABE: VORSICHT KREUZUNG!

(12 Punkte) Füllt das Gitter anhand der Hinweise aus. Hier müssen keine Lösungswege oder Begründungen angegeben werden.

1,2	3	5		6			8		
14									
4						10,12			
						15			
						9			
			7			11			13

Horizontal

- 1 Die größte Zahl, bei der jede Ziffer nur einmal vorkommt.
- 4 Diese Zahl ist durch 16 teilbar.
- 7 Eine durch 3, aber nicht durch 9 teilbare Zahl. Wenn man ihre Ziffern umdreht, ist die entstehende Zahl nicht durch 5 teilbar.
- 9 Der Wert des Termes $z - y + x - w + v - u + t - s + \dots + b - a$, wobei a der a -te Buchstabe des Alphabets, b , der b -te, c der c -te usw. und z der z -te ist.
- 11 Die Zahl 125 ist eine *dritte Potenz*, denn $125 = 5 \cdot 5 \cdot 5$. Hier ist ebenfalls eine dritte Potenz gesucht.
- 12 Der größtmögliche Wert des Termes $(a \cdot b) : c - d \cdot e + f$, wenn a, b, c, d, e, f voneinander verschiedene einstellige Zahlen, die echt größer als 0 sind.
- 14 $(21 \cdot 278) : 6$.
- 15 Der einzige Primteiler von 2197.

Vertikal

- 2 Die zweitgrößte dreistellige Primzahl.
- 3 DCCCLXXVI.
- 5 Diese Zahl hat die Quersumme 10 (damit ist die Summe der Ziffern gemeint).
- 6 Das Produkt von der kleinsten dreistelligen Zahl, die nicht die Ziffer 0 enthält, und der kleinsten vierstelligen Zahl, die nicht die Ziffer 0 enthält, plus das Produkt der kleinsten dreistelligen und der kleinsten vierstelligen Zahl, die jeweils nicht die Ziffer 1 enthalten.
- 8 Diese Zahl bleibt gleich, wenn man sie falsch herum liest (von hinten nach vorne, nicht auf dem Kopf).
- 10 Eine durch 9 teilbare Zahl.
- 13 Hier kannst du den Betrag von $e^{i\pi} + 1$ eintragen, oder einfach 0, wie du magst.

2. KOMBINATORIK, LOGIK UND SPIELE

2.1. **Für alle, die Tic-Tac-Toe zu langweilig finden.** Alan und Emmy spielen ab und zu im Unterricht heimlich Tic-Tac-Toe (manchen auch als X und O bekannt). Das geht aber, wenn beide perfekt spielen, immer unentschieden aus. (Keine Angst, dass das so ist, müsst ihr nicht herleiten, sondern dürft es als gegeben hinnehmen). Weil das beiden irgendwann langweilig wird, holt Emmy irgendwann 9 Münzen heraus, die mit den Zahlen von 1 bis 9 beschriftet sind.

- (a) (3 Punkte) Alan sagt: 'Daraus kann man magische Quadrate legen!' In einem magischen Quadrat muss die Summe aller Zeilen, Spalten und Diagonalen immer dieselbe sein. Füllt (ohne Begründung) das angefangene magische Quadrat so mit den Zahlen von 1 bis 9, dass jede genau einmal vorkommt:

4		
	5	
		6

- (b) (4 Punkte) Alan und Emmy denken sich ein neues Spiel mit ihren Münzen aus: Sie müssen abwechselnd immer eine Münze nehmen. Man gewinnt, sobald unter den eigenen Münzen drei sind, deren Zahlen die Summe 15 ergeben. Untersucht ob jemand gewinnt, wenn beide perfekt spielen.

2.2. **Aus der Welt der Linguistikolympiade: Nach einer Aufgabe von Babette Verhoeven-Newsome für die UKLO 2021.** Hier sind einige irische Wörter in der Ogham-Schrift zusammen mit ihrer Umschrift ins lateinische Alphabet (sowie ihren Übersetzungen) *in zufälliger Reihenfolge*:

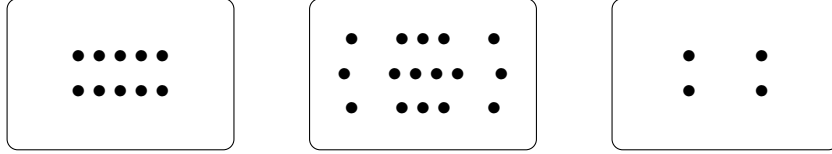
In unserer Schrift:	Nr.	In Ogham-Schrift:
A. <i>grá</i> ('Liebe')	1.	
B. <i>teaghlach</i> ('Familie')	2.	
C. <i>Éire</i> ('Irland')	3.	
D. <i>neart</i> ('Stärke')	4.	
E. <i>saol</i> ('Leben')	5.	
F. <i>síocháin</i> ('Frieden')	6.	
G. <i>grá mo chroí</i> ('Liebe meines Herzens')	7.	

(a) (6 Punkte) Bestimmt die korrekten Zuordnungen.

Gebt eure Lösung im Format Buchstabe - Nr. an, also z.B.: A-7; B-2; C-6; ...

(b) (2 Punkte) Unten ist die Ogham-Schreibung des irischen Ausdrucks für „Ich liebe dich“. Schreibt sie in lateinischer Umschrift auf. Akzente dürft ihr weglassen, den Lösungsweg müsst ihr nicht erklären:

2.3. Ein Spiel mit Chips. Wir betrachten ein Spiel für eine Person, dessen Spielfeld aus drei Feldern besteht. Am Anfang befinden sich auf dem ersten Feld 10, auf dem zweiten Feld 16 und auf dem dritten Spielfeld 4 Spielsteine. Ein Zug besteht nun darin, ein Feld (auf dem mindestens zwei Spielsteine liegen) auszuwählen, zwei Steine zu entfernen und jeweils einen der Steine in jedes der beiden anderen Felder zu legen.



Aus der Ausgangssituation erhält man zum Beispiel durch die Wahl des zweiten Feldes nach dem Zug $10 + 1 = 11$ Steine im ersten Feld, $16 - 2 = 14$ Steine im zweiten Feld und $4 + 1 = 5$ Steine auf dem dritten Feld.

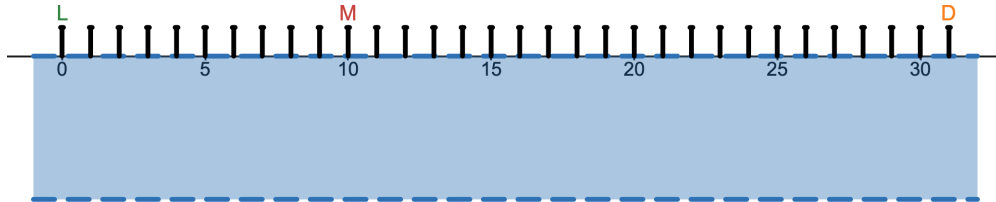
- (a) (5 Punkte) Untersucht, ob es möglich ist, durch eine Reihe von Zügen eine Situation zu schaffen, bei der auf jedem Feld 10 Steine liegen.
- (b) (3 Punkte) Untersucht, ob es möglich ist, durch eine Reihe von Zügen eine Situation zu schaffen, bei der ein Feld leer ist, ein Feld 10 Steine und ein Feld 20 Steine enthält.

3. RECHNEN UND GLEICHUNGEN

3.1. Alle Türen stehen offen. Nacktmulle leben zusammen in großen Kolonien, die sich riesige Bauten mit unzähligen Ausgängen unter der Erde teilen. In einer großen Nacktmullkolonie, deren Bau 400 in einer Reihe liegende Ausgänge hat, leben 400 Nacktmulle. Leider sind die sich nicht ganz einig darüber, welche Ausgänge offen und welche geschlossen sein sollen. Zunächst sind alle Ausgänge zu. Dann öffnet der erste Nacktmull alle Eingänge. Der zweite schließt jeden Zweiten wieder. Der dritte stoppt an jedem dritten, öffnet diesen, wenn er zu ist und schließt ihn, wenn er auf ist. Der vierte verfährt genauso mit jedem vierten Ausgang, der fünfte mit jedem fünften, usw.

- (a) (3 Punkte) Ermittelt, wie viele der ersten 9 Ausgänge nach dem 9-ten Nacktmull offen sind.
- (b) (3 Punkte) Ermittelt, wie viele der ersten 25 Ausgänge nach dem 25-ten Nacktmull offen sind.
- (c) (3 Punkte) Ermittelt, wie viele der ersten 400 Ausgänge nach dem 400-ten Nacktmull offen sind.

3.2. Im Kreis springen. Ein See ist voll von Haifischen und anderen gefährlichen Kreaturen. 32 Plattformen, welche mit den Nummern von 0 bis 31 beschriftet sind, ragen in regelmäßigen Abständen aus dem See heraus. Luigi und Daisy stehen auf den Plattformen mit den Nummern 0 und 31 und trauen sich nicht zu springen. Mario traut sich zu springen. Nach den Regeln des Sees darf er sich bei jedem Sprung eine Person aussuchen und sich ihr genau bis zur Hälfte nähern, d. h. durch den Sprung den Abstand zwischen ihnen halbieren.



1. Beispiel: Angenommen, Mario startet auf der Plattform 10.

- **1. Sprung** ($10 \mapsto 5$): Genau in der Mitte zwischen den Zahlen 10 und 0 liegt die Zahl 5, an der gar keine Plattform steht. Wenn Mario auf Daisy zuspringen würde, würde er ins Wasser fallen. Das möchte er nicht. Deshalb springt er auf Luigi zu und landet auf der Plattform 5, weil die Zahl 5 genau in der Mitte der Zahlen 10 und 0 liegt und eine Plattform hat.
- **2. Sprung** ($5 \mapsto 18$): Genau in der Mitte zwischen 0 und 5 liegt $\frac{0+5}{2} = 2,5$, genau in der Mitte zwischen 5 und 31 liegt $\frac{5+31}{2} = 18$. Also springt Mario nach rechts zur Plattform 18 in Richtung Daisy.

Mario hört mit dem Springen auf, sobald er eine Plattform erreicht, auf der er vorher schon einmal war.

(a) (2 Punkte) Vervollständigt (ohne Begründung) das 1. Beispiel:

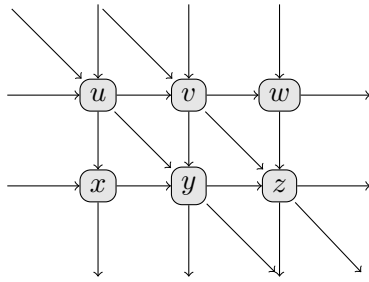
$$10 \mapsto 5 \mapsto 18 \mapsto \underline{\hspace{2cm}} \mapsto \underline{\hspace{2cm}} \mapsto \underline{\hspace{2cm}}.$$

(b) (2 Punkte) 2. Beispiel: Angenommen, Mario startet auf der 21. Vervollständigt (ohne Begründung) das 2. Beispiel:

$$21 \mapsto \underline{\hspace{2cm}} \mapsto \underline{\hspace{2cm}} \mapsto \underline{\hspace{2cm}} \mapsto \underline{\hspace{2cm}} \mapsto \underline{\hspace{2cm}}.$$

- (c) (2 Punkte) Yoshi behauptet: „Egal von welcher Plattform von 1 bis 30 Mario startet, Mario ist nach Sprüngen immer wieder auf seiner Startplattform zurück.“ Findet eine passende Zahl, die Yoshis Behauptung wahr werden lässt, und erklärt, warum Yoshis Behauptung stimmt.
- (d) (2 Punkte) Wandelt die Zahlen aus dem 2. Beispiel ins Zweiersystem um und formuliert eine Beobachtung darüber, wie man die Sprünge im Zweiersystem beschreiben könnte.

3.3. Tomographie. (7 Punkte) Eine Tomographie mit sieben Röntgenstrahlen führt auf ein System von Gleichungen. Bestimmt die Lösung des Gleichungssystems.



- (1) $u + x = 10$
- (2) $v + y = 3$
- (3) $w + z = 9$
- (4) $u + v + w = 14$
- (5) $x + y + z = 8$
- (6) $u + y = 7$
- (7) $v + z = 5$

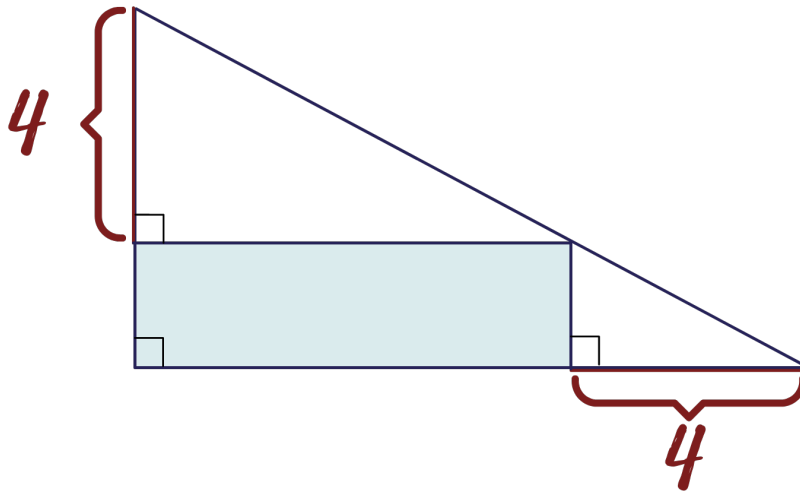
4. UNGEOMETRISCHE GEOMETRIE

4.1. **Dreiecke 9.** Gibt es ein Dreieck, das man in

- (a) (2 Punkte) 2
- (b) (3 Punkte) 4
- (c) (3 Punkte) 101

kongruente Teildreiecke zerlegen kann? Begründet eure Antworten.

4.2. Fläche.



- (a) (5 Punkte) Berechnet den Flächeninhalt des hellblauen, in dem Dreieck liegenden Rechteckes.
- (b) (3 Punkte) Bestimmt den minimal möglichen Wert für den Flächeninhalt des großen Dreieckes.

4.3. **Roboter.** Ein Rasenmäroboter kann folgendermaßen fahren: Er fährt immer wieder erst genau einen Meter geradeaus und macht dann eine 90° -Kurve nach links oder rechts. Er beginnt und endet immer an der Ladestation.

- (a) (3 Punkte) Welche Gesamtlängen sind für seine Fahrt möglich? Begründet eure Antwort!
- (b) (3 Punkte) Der Roboter wird nun umprogrammiert, so dass er von nun an nie mehr zweimal über den gleichen Punkt fährt. Um das neue Programm zu testen, wird der Roboter zunächst auf einer $4\text{ m} \times 4\text{ m}$ Fläche fahren gelassen auf deren Mitte er parallel zu einer der Seiten fahrend startet. Er fährt wieder, bis er zum Ausgangspunkt zurückkommt. Bestimmt, wie viele unterschiedliche Wege er genommen haben kann.
- (c) (3 Punkte) Die $4\text{ m} \times 4\text{ m}$ Begrenzung wird nun aufgehoben. Welche Entfernungen kann der Roboter nun zurücklegen, bis er zum Anfang zurückkommt? Erklärt eure Antwort!