

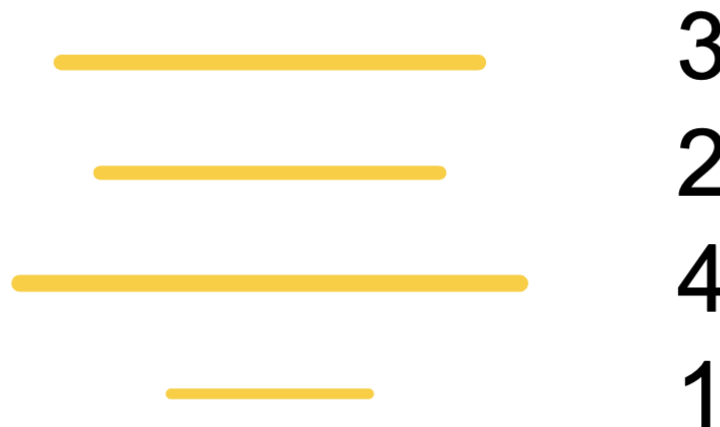


## Serie 1

Die Pfannkuchenummer: Stellt euch vor, ihr macht eurer Familie  $n \in \mathbb{N}$  Pfannkuchen. Leider geraten diese nicht ganz gleichgroß. Dann möchte man doch zumindest, dass die Pfannkuchen der Größe nach geordnet auf dem Teller liegen. Hier ein Beispiel für  $n = 4$ :

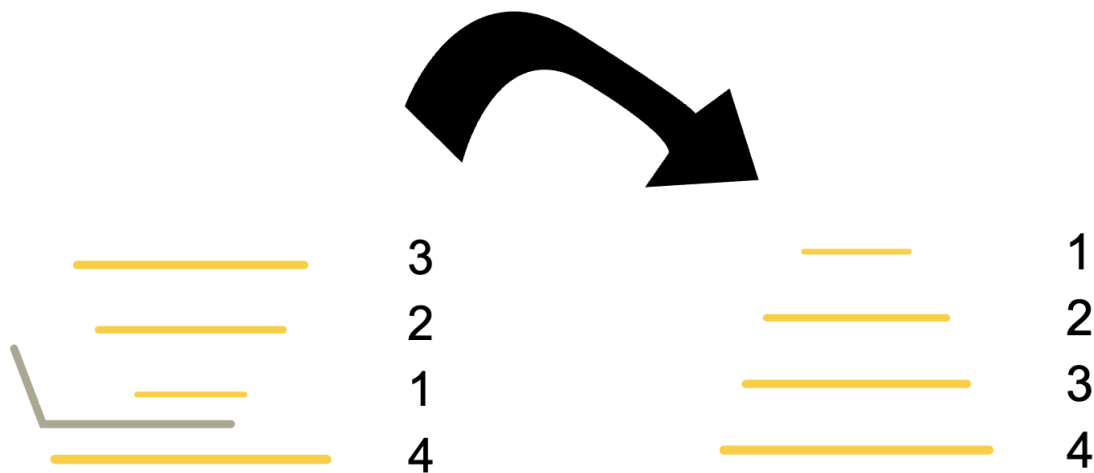


Meistens jedoch ist das, wenn man die Pfannkuchen einfach irgendwie auf einen Teller legt, nicht so, wie z.B. hier:





In dem Fall ist es unsere Aufgabe, die Pfannkuchen so umzusortieren, dass sie wie auf dem ersten Bild liegen. Dazu dürfen wir aber nicht einfach alle irgendwie neu anordnen. Das einzige, was wir immer wieder machen dürfen, ist mit dem Pfannenwender in den Stapel zwischen zwei beliebige Pfannkuchen hineinzustecken und alles, was über dem Pfannenwender ist umgedreht wieder auf den Stapel zu legen. Zum Beispiel so:



Die *Pfannkuchennummer* von  $n$  ist die kleinstmögliche Zahl von solchen "Pfannenwender-Umdrehaktionen", die man benötigt, um einen Stapel mit  $n$  Pfannkuchen in die richtige Reihenfolge zu bringen, wenn der Stapel maximal unglücklich durcheinandergebracht ist.

- Aufgabe 1** (a) Bestimmt Pfannkuchennummern für möglichst viele  $n$ . Benutzt dazu gerne Computer, einfach Zettel und Stift oder Pfannkuchen, wie ihr mögt.
- (b) Irgendwann wird es euch nicht mehr gelingen, die genauen Pfannkuchennummern für bestimmte  $n \in \mathbb{N}$  zu ermitteln (Bisher haben es Mathematiker:innen nur bis 19 oder 20 geschafft<sup>1</sup>). Entwickelt Formeln, die abhängig vom jeweiligen  $n$  angeben, wie groß die Pfannkuchennummern mindestens und höchstens sein können.

Diese Seite:

<https://datagenetics.com/blog/february42018/index.html>

enthält ein Tool, um virtuell Stapel von Pfannkuchen zu wenden und diese Seite

[https://www.youtube.com/watch?v=m3drS\\_8BpU0](https://www.youtube.com/watch?v=m3drS_8BpU0)

ein Video über das Problem.

<sup>1</sup>siehe: <https://oeis.org/A058986>



**Aufgabe 2** Am einem magischen Baum hängen 25 reife Äpfel und 25 reife Bananen. Man kann diese Früchte pflücken, jedoch immer nur genau zwei auf einmal. Wenn man zwei Früchte derselben Art pflückt, wächst sofort ein reifer Apfel nach. Wenn man einen Apfel und eine Banane gemeinsam pflückt, wächst sofort eine reife Banane nach.

- Bestimmt, was für eine Frucht am Baum übrig bleibt, wenn man solange Früchte pflückt, bis man nicht mehr weiter pflücken kann.
- Untersucht, wie sich das Ergebnis von (a) ändert, wenn man die Anzahlen der am Anfang am Baum hängenden Früchte variiert.

**Aufgabe 3** Eine ganze Klasse von mathematischen Zaubertricks beruht auf der Quersummenbildung. Die Quersumme einer ganzen Zahl ist die Summe aller ihrer Ziffern. Zum Beispiel ist die Quersumme von 21 die Zahl 3, denn  $2+1=3$ . Und die Quersumme von 123456789 ist 45.

- Wähle eine beliebige Zahl, bilde ihre Quersumme, die Quersumme der Quersumme, die Quersumme der Quersumme der Quersumme, ... und so weiter. Notiere Auffälligkeiten deiner Zahlenfolge.
- Führe dieselben Schritte mit anderen Startzahlen durch und vergleiche die so entstehenden Zahlenfolgen.
- Entwickle Zaubertricks auf Basis der von dir entdeckten Phänomene.
- Beweise, dass deine Tricks immer funktionieren.