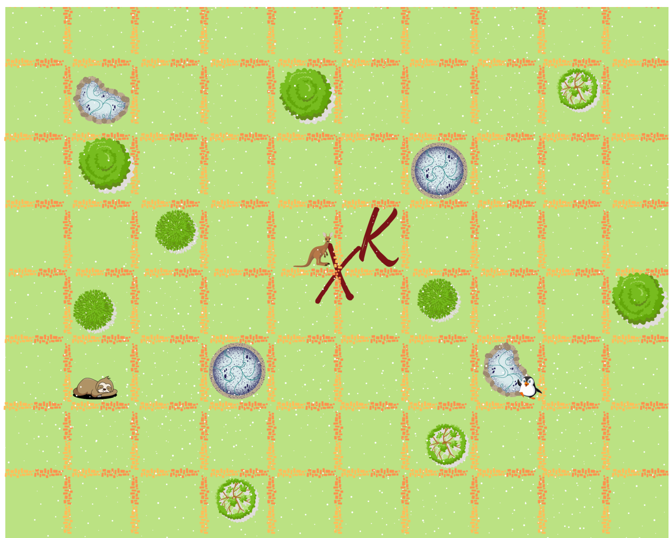
Schuljahr 2021/22
Klassenstufen 9/10

Aufgabenzirkel - Serie 4



Aufgabe 1 *Ein Känguru namens Marc-Uwe hüpft im Quadrat-Park stets auf den Wegen (so wie es sein soll.) Die Wege verlaufen senkrecht und waagerecht und von einer Kreuzung zur nächsten sind es stets 10 Meter. Für 10 Meter braucht das Känguru genau 2 Sekunden. Aus Erfahrung weiß man, dass Kängurus an einer Kreuzung angekommen lieber zur linken oder rechten Seite abbiegen als geradeaus zu hüpfen und niemals umdrehen. Eine kürzlich veröffentlichte Erhebung eines schwedischen Instituts hat ergeben, dass Kängurus nur zu 20% geradeaus laufen, eine Vorliebe für eine der beiden Seiten konnte dabei nicht festgestellt werden.*

(i) Berechne, mit welcher Wahrscheinlichkeit Marc-Uwe in welche Richtung läuft.

(ii) Marc-Uwe hat zu viele Pralinen gegessen und hüpft verwirrt durch die Gegend. Er startet in Punkt K. Finde alle möglichen Wege, bei denen er nach genau 16 Sekunden wieder bei K ankommt und sein Weg ein Rechteck bildet.

(iii) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass Marc-Uwe einen wie in (ii) beschriebenen Weg läuft. Benutze dabei die in (i) berechneten Wahrscheinlichkeiten.

SH Schleswig-Holstein Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur
Europa-Universität Flensburg
CAU Christian-Albrechts-Universität zu Kiel
Universität zu Lübeck

9	9	9	$= 6$
8	8	8	$= 6$
7	7	7	$= 6$
6	6	6	$= 6$
5	5	5	$= 6$
4	4	4	$= 6$
3	3	3	$= 6$
2	2	2	$= 6$
1	1	1	$= 6$
0	0	0	$= 6$

Aufgabe 2 In den Gleichungen oben sind die Zeichen verloren gegangen.

(i) Untersuche, welche der unvollständigen Gleichungen sich durch Ergänzen der Zeichen $+, -, \cdot, :$ auf der linken Seite zu einer richtigen Gleichung ergänzen lassen.

(ii) Untersuche, ob sich alle Gleichungen zu einer richtigen Gleichung ergänzen lassen, wenn man auf der linken Seite auch beliebig viele Klammern und die Zeichen ! und $\sqrt{}$ ergänzen darf.

> Für jede natürliche Zahl n ist $n! := n \cdot (n-1)) \cdot \ldots \cdot 1$, also das Produkt aller natürlichen Zahlen von 1 bis n. Zum Beispiel ist $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. Wir definieren $0! := 1$.
> Für jede natürliche Zahl n ist $\sqrt{n}$ die Zahl, die mit sich selber multipliziert n ergibt. Zum Beispiel ist $\sqrt{4} = 2$, weil $2 \cdot 2 = 4$ gilt.

Aufgabe 3 (a) Untersuche, ob es natürliche Zahlen a, b, c, d, e gibt, die die folgenden Restklassen-Gleichungen erfüllen.

$$[4]_9 \cdot [a]_9 = [1]_9 \tag{1}$$
$$[4]_9 \cdot [b]_9 = [7]_9 \tag{2}$$
$$[3]_9 \cdot [c]_9 = [7]_9 \tag{3}$$
$$[4]_8 \cdot [d]_8 = [1]_8 \tag{4}$$
$$[3]_8 \cdot [e]_8 = [1]_8 \tag{5}$$

(b) Formuliere Regeln, wann solche Gleichungen lösbar sind.

(c) Beweise deine Regeln.