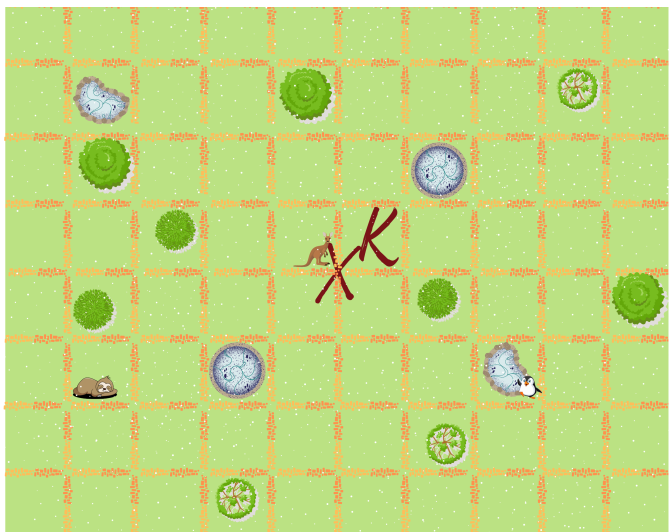
Schuljahr 2021/22
Klassenstufen 7/8

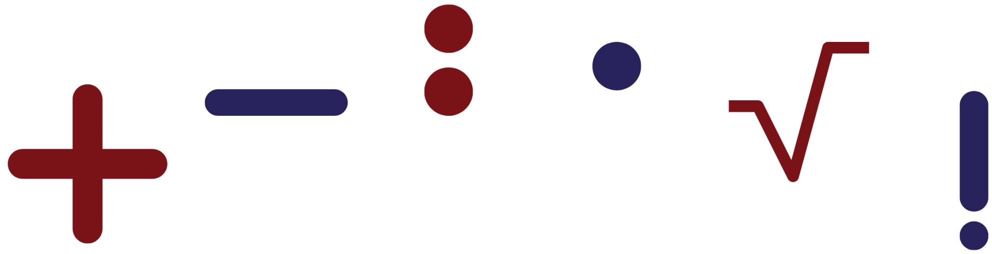
Aufgabenzirkel - Serie 4



Aufgabe 1 *Ein Känguru namens Marc-Uwe hüpft im Quadrat-Park stets auf den Wegen (so wie es sein soll). Die Wege verlaufen senkrecht und waagerecht und von einer Kreuzung zur nächsten sind es stets 10 Meter. Für 10 Meter braucht das Känguru genau 2 Sekunden. Aus Erfahrung weiß man, dass Kängurus an einer Kreuzung angekommen mit derselben Wahrscheinlichkeit in alle vier Richtungen laufen.*

(a) Marc-Uwe hat zu viele Pralinen gegessen und hüpft verwirrt durch die Gegend. Er startet in Punkt K. Finde alle möglichen Wege, bei denen er nach genau 16 Sekunden wieder bei K ankommt, jeden Weg maximal einmal benutzt und sein Weg ein Rechteck bildet.

(b) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass Marc-Uwe einen wie in (a) beschriebenen Weg läuft.



9	9	9	= 6
8	8	8	= 6
7	7	7	= 6
6	6	6	= 6
5	5	5	= 6
4	4	4	= 6
3	3	3	= 6
2	2	2	= 6
1	1	1	= 6
0	0	0	= 6

Aufgabe 2 In den Gleichungen oben sind die Zeichen verloren gegangen.

(a) Untersuche, welche der unvollständigen Gleichungen sich durch Ergänzen der Zeichen $+, -, *, :$ auf der linken Seite zu einer richtigen Gleichung ergänzen lassen.

(b) Untersuche, ob sich alle Gleichungen zu einer richtigen Gleichung ergänzen lassen, wenn man auf der linken Seite auch beliebig viele Klammern und die Zeichen ! und $\sqrt{}$ ergänzen darf.

> Für jede natürliche Zahl n ist $n! := n \cdot (n-1)) \cdot ... \cdot 1$, also das Produkt aller natürlichen Zahlen von 1 bis n. Zum Beispiel ist $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. Wir definieren $0! := 1$.
> Für jede natürliche Zahl n berzeichnet $\sqrt{n}$ die nicht-negative Zahl, die mit sich selber multipliziert n ergibt. Zum Beispiel ist $\sqrt{4} = 2$, weil $2 \cdot 2 = 4$ gilt.

Aufgabe 3 (a) Untersuche, ob es Matrizen A, B, C, D, F gibt, die folgende Gleichungen erfüllen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} * A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \tag{1}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} * B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} * C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} * D = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \tag{4}$$

$$F * \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \tag{5}$$

(b) Interpretiere die Gleichungen (1), (2) und (3) geometrisch. Welche "Sonderrolle" nimmt die Matrix B dabei ein?

(c) Finde eine Matrix G so, dass gilt $D = B * G$. Leite aus deinem Ergebnis einen Rechentrick für Matrixgleichungen ab.