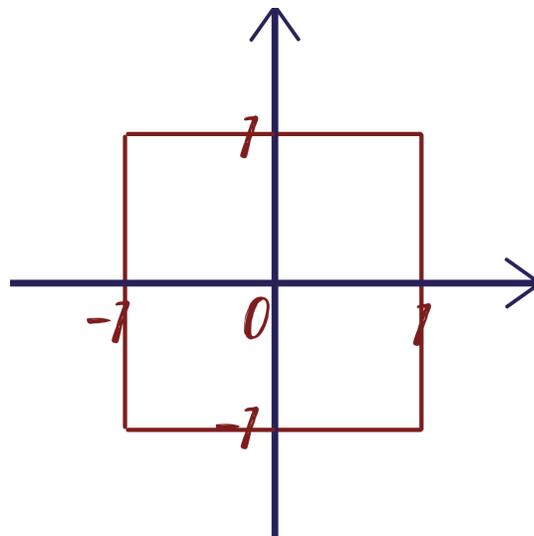




Aufgabenzirkel - Serie 1

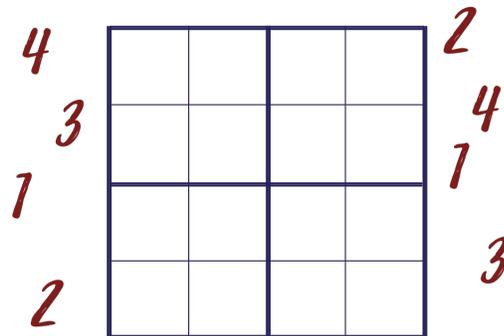
Aufgabe 1 (a) Zeichne ein Quadrat mit den Eckpunkten (für die weitere Aufgabe hier als 2×1 Matrizen geschrieben) $P_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $P_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $P_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $P_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.



- (b) Seien $M_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Untersuche, ob das Quadrat sich verändert, wenn man alle auf dem Quadrat liegenden Punkte $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ mit M_1 oder M_2 multipliziert.
- (c) Finde alle Matrizen, die bei Multiplikation mit allen Quadratpunkten das Quadrat nicht ändern. Die Menge all dieser Matrizen nennt man *Symmetriegruppe* des Quadrats.
- (d) Beschreibe, was passiert, wenn man zwei solche Matrizen miteinander multipliziert.
- (e) (★)Finde die Symmetriegruppen weiterer geometrischer Objekte (z.B.: Dreiecke, Punkte, Geraden, Kreise,...)



Aufgabe 2 (a) Fülle ein 4×4 Sudokufeld den Sudokuregeln entsprechend mit den Zahlen 1 bis 4 (Das bedeutet: In jeder Zeile, jeder Spalte und jedem dick umrandeten 2×2 Quadrat dürfen die Zahlen von 1 bis 4 genau einmal vorkommen.)

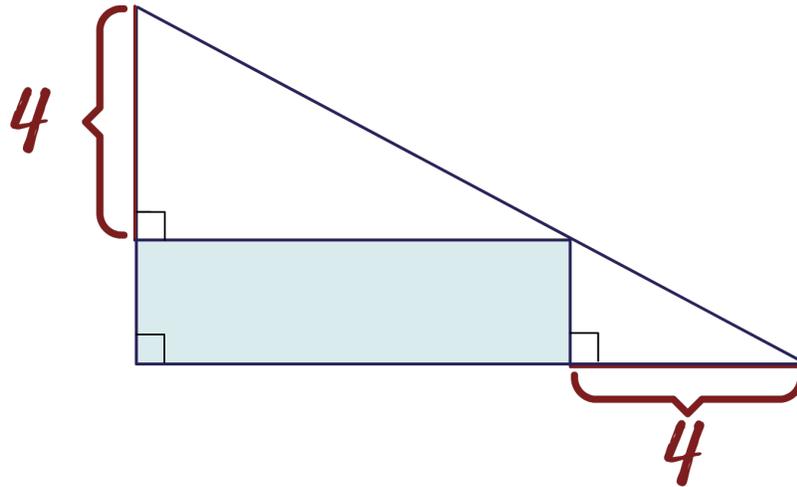


- (b) Beschreibe Methoden, um aus deinem Sudokufeld weitere vollständig richtig ausgefüllte Sudokus zu erzeugen.
- (c) Berechne, wieviele verschiedene, vollständig richtig ausgefüllte 4×4 Sudokus es gibt.
- (d) Wir betrachten dein Sudokufeld aus (a) als eine 4×4 Matrix S . Außerdem definieren wir

$$T_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad T_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Berechne $S * T_1$, $S * T_2$ und $T_1 * S$.

- (e) Beschreibe, was die Multiplikation mit deinem Sudokufeld jeweils macht. Entsprechen die Ergebnisse weiterhin vollständig richtig ausgefüllten Sudokufeldern?
- (f) (★)Finde Matrizen mit ähnlichen Eigenschaften wie T_1 und T_2 . Gibt es auch zu deinen Methoden aus (b) passende Matrizen?



Aufgabe 3

- (a) Berechne den Flächeninhalt des hellblauen, in dem Dreieck liegenden Rechteckes.
- (b) Gib eine Formel für den Flächeninhalt des großen Dreiecks an, die die Seitenlängen des hellblauen Rechtecks benutzt.
- (c) (★) Bestimme den minimal möglichen Wert für den Flächeninhalt des Dreieckes.